53. Österreichische Mathematik-Olympiade

Junior*innen -Kurs 29. März 2022

1. Eine Schokoladentafel besteht aus 4×13 Stücken. Paula will die Tafel in die einzelnen Stücke zerbrechen. Dazu nimmt sie immer einen Teil und bricht ihn entlang einer geraden Linie. Wie oft muss Paula das mindestens tun, um die Tafel in die einzelnen Stücke zu zerbrechen?

2. *(ÖMO Kurswettbewerb Fortgeschrittene 2019)* Anton besitzt einen Block, auf dessen erster Seite die Zahlen 0 und 1 stehen. Für $k = 2, ..., 2019$ schreibt er auf die k-te Seite des Blocks alle Dfferenzen von je zwei (nicht notwendigerweise verschiedenen) Zahlen auf der $(k-1)$-ten Seite des Blocks, wobei er keine Zahl doppelt aufschreibt. Wie viele Zahlen schreibt Anton auf die 2019. Seite?

3. *(Bundeswettbewerb Mathematik 2004 1. Runde)* Zu Beginn eines Spiels stehen an der Tafel die Zahlen $1, 2, ..., 2004$. Ein Spielzug besteht daraus, dass man

   - eine beliebige Anzahl der Zahlen an der Tafel auswählt,
   - den Elferrest (Rest bei Division durch elf) der Summe dieser Zahlen berechnet und an die Tafel schreibt,
   - die ausgewählten Zahlen löscht.

   Bei einem solchen Spiel standen irgendwann noch zwei Zahlen an der Tafel. Eine davon war 1000, man bestimme die andere Zahl.

4. *(Bundeswettbewerb Mathematik 1999 1. Runde, adaptiert)* Auf 100 Affen werden 1600 Kokosnüsse verteilt, wobei einige Affen auch leer ausgehen können. Man bestimme die größte Zahl n, sodass es bei jeder möglichen Verteilung mindestens n Affen geben muss, die dieselbe Anzahl an Koksnüssen erhalten.

5. *(Bundeswettbewerb Mathematik 1996 1. Runde)* Auf einem $n \times n$-Schachbrett sind die Felder mit den Zahlen $1, 2, ..., n^2$ durchnummeriert, beginnend mit der ersten Zeile von links nach rechts, dann die zweite Zeile von links nach rechts etc.

   Es werden n Felder derart ausgewählt, dass aus jeder Zeile und jeder Spalte genau ein Feld kommt. Anschließend werden die Nummern dieser Felder addiert. Welche Werte für die Summe sind hierbei möglich?

6. *(Bundeswettbewerb Mathematik 2013 1. Runde)* Kann man die Menge der natürlichen Zahlen von 1 bis 21 so in Teilmengen zerlegen, dass in jeder dieser Teilmengen die größte Zahl gleich der Summe der übrigen Zahlen ist?