



53. Österreichische Mathematik-Olympiade

Junior*innen -Kurs

30. November 2021

- (LWA 2012, Janous)* Es seien a, b, c, d vier ganze Zahlen, für die gilt: $7a + 8b = 14c + 28d$. Man zeige, dass das Produkt $a \cdot b$ immer durch 14 teilbar ist.
- Bob soll einen rechteckigen Raum mit Fliesen auslegen. Der Raum ist 88,88 Meter lang und 90,9 Meter breit. Die Fliesen sollen alle gleich groß und gleich gedreht sein und Länge und Breite der Fliesen sollen, in Zentimeter angegeben, natürliche Zahlen sein.
 - Wie viele Möglichkeiten hat Bob beim Auswählen der Größen der Fliesen?
 - Bob möchte quadratische Fliesen verwenden. Außerdem möchte er insgesamt so wenig Fliesen wie möglich brauchen. Welche Größe soll er für die Fliesen wählen?
- Finde alle Paare natürlicher Zahlen a, b , die folgende Gleichung erfüllen:
 - $438a + 951b = 17$
 - $2(8a + 1) + b^2 = 1600$
 - $55a + 33b = 0$
- Bob war in Beispiel 2 etwas schlampig und hat übersehen, dass die Abmessungen der Fliesen in Zentimeter gemessen natürliche Zahlen sein sollen. Darum hat er so viele Fliesen mit 88,88 Zentimeter Länge und 90,9 Zentimeter Breite gekauft, dass es sich genau ausgegangen wäre, den Raum auszulegen. Jetzt möchte er ausprobieren, wieviele Quadrate er mit diesen Fliesen legen kann. Die Quadrate dürfen beliebig groß sein und die Fliesen sollen wieder alle gleich gedreht sein. Wie viele Quadrate gehen sich aus?
- (LWA 2013, Henner)* Man bestimme alle natürlichen Zahlen $n > 1$, für die Folgendes gilt: Die Summe der Zahl n und ihres zweitgrößten Teilers ist 2013.